Okólnik Obserwatorjum Krakowskiego. — Circulaire de l'Observatoire de Cracovie.

Nº 17.

L'orbite corrigée de la Comète Orkisz (1925 C).

Formules de nouveau genre appliquées à la correction d'une orbite parabolique.

I. Théorie.

Par Th. Banachiewicz.

Généralités sur les formules de nouveau genre.

§ 1. Nous entendons par „formules de nouveau genre" les formules où figurent, comme éléments, les „matrices"; les matrices qui, dans ces formules, sont préférables au point de vue des calculs numériques, et que nous appelons, à défaut d'un autre terme, „cracoviens", diffèrent d'ailleurs substantiellement des matrices de la théorie classique de Cayley.

Le but principal des formules de nouveau genre est de réduire l'effort mental du calculateur et d'économiser son temps. On y parvient, en première ligne, par une schématisation unique et générale des transformations linéaires, l'emplacement d'une quantité dans le schéma indiquant déjà suffisamment, sans que le calculateur ait à partager son attention entre la formule dont il a à se servir et l'exécution du calcul, les opérations élémentaires auxquelles cette quantité doit être soumise. L'utilité des formules de nouveau genre provient encore de ce qu'elles permettent souvent d'éviter l'emploi de quantités auxiliaires à déterminer d'après les tables trigonométriques. En outre — et ce sont déjà des avantages d'une autre nature — la structure simple de ces formules facilite aussi l'exposition et la compréhension de divers chapitres de l'astronomie théorique. Les cracoviens particuliers „rotationnels" **p q r** permettent même d'écrire immédiatement la solution dans une catégorie de problèmes de l'astronomie sphérique que l'on n'obtenait que par des raisonnements plus ou moins étendus et en recourant aux formules de la trigonométrie sphérique (voir *Suppl. Internat.* Nr. 3 *de l'Annuaire de l'Obs. de Cracovie*, pag. 60—61, article Libratione optico de Luna).

Il paraît que, depuis l'invention des déterminants, c'est à dire depuis près d'un siècle, on n'a pas introduit dans les calculs astronomiques de nouveaux symboles généraux [1]; encore les déterminants eux-mêmes, très importants pour la théorie, ne s'emploient que rarement dans la pratique. Un certain scepticisme a priori de la part des astronomes envers „les formules de nouveau genre" serait ainsi parfaitement naturel; nous croyons cependant pouvoir attendre, sur base d'expérience, que ce sentiment se dissipera dès qu'on essayera de les appliquer aux calculs numériques.

Pour obvier à des malentendus remarquons encore que les formules de nouveau genre ne sont nullement une transformation des formules anciennes, malgré que l'on retomberait souvent sur les formules connues en les réduisant à la forme ordinaire; de même, une solution des équations linéaires par les déterminants ne pouvait pas être regardée comme une transformation de la solution ordinaire. On se gardera en général de transformer les formules de nouveau genre en formules anciennes; on arriverait peut-être quelquefois de cette manière à des relations jusqu'à présent inconnues, mais on perdrait en même temps les avantages précieux de la nouvelle solution.

En parlant de calculs nous avons toujours en vue les calculs modernes, c'est à dire effectués, s'il y a lieu, avec des arithmomètres.

§ 2. Voici un aperçu des définitions et des propriétés fondamentales des „cracoviens" (par abréviation **C**-s).

Pour que les **C**-s $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$

$$\boldsymbol{a} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad \boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{vmatrix} \tag{1}$$

soient égaux, il faut et il suffit que les termes ayant les mêmes indices soient égaux, c'est à dire

$$a_{ik} = b_{ik} \qquad (i = 1,\ 2,\ 3;\ k = 1,\ 2,\ 3). \tag{2}$$

On distingue, comme dans les déterminants, les lignes et les colonnes d'un **C**-n, mais les lignes et les colonnes peuvent être en nombres inégaux.

---

[1]) Le calcul vectoriel permet d'écrire diverses relations d'une façon condensée, mais pour le calcul numérique effectif ses formules doivent être transformées en formules ordinaires.

La somme $c = a + b$ de deux **C**-s est un **C**-n ayant pour membre général la somme des **C**-s a et b, c'est à dire

$$c_{ik} = a_{ik} + b_{ik}. \tag{3}$$

La différentielle d'un **C**-n a est un **C**-n da, ayant pour membre général la différentielle du membre général, c'est à dire da_{ik}.

On multiplie les **C**-s a et b (ou, si l'on le préférerait, on les compose) en formant les termes du **C**-n — produit $c = a \,.\, b$ d'après la formule

$$c_{ik} = a_{i1}\, b_{k1} + a_{i2}\, b_{k2} + a_{i3}\, b_{k3}. \tag{4}$$

C'est à dire: le **C**-n produit a pour terme général la somme des produits des termes correspondants (se trouvant dans la même ligne) de la i-ème colonne du premier **C**-n par les termes de la k-ième colonne du second **C**-n. On multiplie donc colonnes par colonnes [1]. La multiplication des **C**-s, qui est une opération fondamentale dans les applications, rappelle le procédé, si simple et si familier aux astronomes, de la formation, dans la théorie des moindres carrés, des équations normales d'après les équations de condition.

On désigne par $\mathcal{J}$ (le **C**-n unitaire)

$$\mathcal{J} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{5}$$

On trouve immédiatement

$$\mathcal{J} \,.\, a = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \tag{6}$$

et l'on voit que les *lignes* de a sont les *colonnes* de $\mathcal{J} \,.\, a$, et les *colonnes* de a sont les *lignes* de $\mathcal{J} \,.\, a$. On écrit simplement

$$\mathcal{J} \,.\, a = \mathcal{J} a \tag{7}$$

et l'on prononce $\mathcal{J} a$ „Inverse a".

On trouve d'ailleurs

$$a \,.\, \mathcal{J} = a, \tag{8}$$

la multiplication d'un **C**-n par le **C**-n unitaire ne change pas donc le **C**-n multiplié.

Si $a \,.\, b = c$, on a

$$b \,.\, a = \mathcal{J} c, \tag{9}$$

et l'on voit que le changement de l'ordre des deux facteurs change le produit en son „inverse".

On définit le produit de trois **C**-s par la formule

$$a \,.\, b \,.\, c = (a \,.\, b) \,.\, c, \tag{10}$$

de même $a \,.\, b \,.\, c \,.\, d = (a \,.\, b \,.\, c) \,.\, d$ etc. pour un plus grand nombre des facteurs.

La formule (9) peut-être généralisée comme il suit.

Si

$$a \,.\, b \,.\, c \,.\, d \,.\, e = K, \quad \text{alors} \quad e \,.\, \mathcal{J} d \,.\, \mathcal{J} c \,.\, \mathcal{J} b \,.\, a = \mathcal{J} K. \tag{11}$$

Nous ne démontrerons pas ici cette formule, très importante dans les applications.

On démontre facilement que la formule (11) est vraie pour $(n + 1)$ facteurs, si elle est vraie pour n facteurs. Or, pour $n = 3$, il suffit, pour vérifier la formule (11), d'écrire explicitement le terme général de $a \,.\, b \,.\, c$ et de $c \,.\, \mathcal{J} b \,.\, a$. Cela étant, la formule (11) est vraie pour un nombre quelconque des facteurs.

Il en suit

$$a \,.\, b \,.\, c = a \,.\, (c \,.\, \mathcal{J} b), \qquad a \,.\, b \,.\, c \,.\, d = a \,.\, (d \,.\, \mathcal{J} c \,.\, \mathcal{J} b) \text{ etc.} \tag{12}$$

(la règle d'association)

et

$$a \,.\, (b \,.\, c) = a \,.\, \mathcal{J} c \,.\, b \qquad a \,.\, (b \,.\, c \,.\, d) = a \,.\, \mathcal{J} d \,.\, \mathcal{J} c \,.\, b \text{ etc.} \tag{13}$$

(la règle de dissociation)

---

[1]) *Cayley* (Coll. Mathem. Papers, Vol. II, memoir 152) compose les matrices d'une autre façon (il multiplie „les lignes par les colonnes"); ce procédé est un peu plus commode pour la théorie, mais il paraît encombrant dans les calculs numériques. En composant les matrices d'après *Cayley* le calculateur aurait à rechercher tout le temps les quantités à multiplier, celles-ci n'appartenant plus à la même ligne et étant dispersées dans le tableau; cela demanderait un effort mental et une attention continuelle et serait sans doute une source féconde d'erreurs. C'est pourquoi la théorie de *Cayley* ne pouvait pas être utilisée par les calculateurs et semble même n'avoir pas été remarquée par les astronomes. La règle de la composition des matrices, employée ici, change profondément les propriétés des produits de ces symboles, c'est ce qui entraîne la nécessité d'un nom spécial pour eux. Remarquons encore que *Cayley* n'introduit pas la notion de la différentielle d'une matrice.

Toutes ces formules s'obtiennent de la même façon d'après (11). Par exemple, si $\boldsymbol{K = a \,.\, b \,.\, c}$, alors, d'après (11), $\mathcal{J}\boldsymbol{K} = \boldsymbol{c} \,.\, \mathcal{J}\boldsymbol{b} \,.\, \boldsymbol{a} = (\boldsymbol{c} \,.\, \mathcal{J}\boldsymbol{b}) \,.\, \boldsymbol{a}$, d'après la définition (10). En changeant l'ordre des facteurs on trouve $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{a} \,.\, (\boldsymbol{c} \,.\, \mathcal{J}\boldsymbol{b})$ c'est à dire la première des équations (12). Pour démontrer la première des équations (13) on pose $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{a} \,.\, (\boldsymbol{b} \,.\, \boldsymbol{c})$, d'où, en vertu de (9), $\mathcal{J}\boldsymbol{K} = (\boldsymbol{b} \,.\, \boldsymbol{c}) \,.\, \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} \,.\, \boldsymbol{c} \,.\, \boldsymbol{a}$, d'après la définition du produit. Il en vient, en changeant l'ordre des facteurs $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{a} \,.\, \mathcal{J}\boldsymbol{c} \,.\, \boldsymbol{b}$, C. Q. F. D. Il sera utile de retenir cette démonstration pour faciliter la transformation des produits des $\mathbf{C}$-s.

§ 3. On pose encore

$$\mathsf{p}(n) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos n & -\sin n \\ 0 & \sin n & \cos n \end{Bmatrix} \qquad \mathsf{q}(n) = \begin{Bmatrix} \cos n & 0 & \sin n \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin n & 0 & \cos n \end{Bmatrix} \qquad \mathsf{r}(n) = \begin{Bmatrix} \cos n & -\sin n & 0 \\ \sin n & \cos n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \tag{14}$$

et l'on a évidemment

$$\mathcal{J}\mathsf{p}(n) = \mathsf{p}(-n), \qquad \mathcal{J}\mathsf{q}(n) = \mathsf{q}(-n), \qquad \mathcal{J}\mathsf{r}(n) = \mathsf{r}(-n). \tag{15}$$

Les trois $\mathbf{C}$-s p, q et r peuvent être déduits d'un seul par un changement convenable des lignes et des colonnes.

Leur importance dérive du théorème suivant. Si $x\ y\ z$ sont les coordonnées d'un point fixe M et si elles deviennent $x'\ y'\ z'$ après la rotation (en sens positif) du trièdre des axes de l'angle n autour de l'axe x, ou autour de l'axe y, ou autour de l'axe z, on a les relations fondamentales

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} . \mathsf{p}(n) \qquad \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} . \mathsf{q}(n) \qquad \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} . \mathsf{r}(n). \tag{16}$$

Si l'on a trois points fixes M_1 $(x_1\ y_1\ z_1)$, M_2 $(x_2\ y_2\ z_2)$, M_3 $(x_3\ y_3\ z_3)$, leurs coordonnées deviennent, après la rotation n autour de l'axe X

$$\begin{Bmatrix} x_1' & x_2' & x_3' \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ z_1' & z_2' & z_3' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{Bmatrix} . \mathsf{p}(n). \tag{17}$$

L'équation (17), avec deux équations analogues pour l'axe y et l'axe z (ou une seule), peut servir à une déduction en bloc des formules de la trigonométrie sphérique.

Formation des coefficients différentiels pour une orbite parabolique.

§ 4. Dans le problème de la correction d'une orbite parabolique approchée, on cherche à déterminer l'ensemble des coefficients des expressions pour $\cos\delta\, d\alpha$, $d\delta$ en fonction des différentielles des éléments; nous désignerons cet ensemble par $\mathbf{C}\dfrac{\cos\delta\, d\alpha,\ d\delta}{dq,\ dkT,\ de,\ d\mathsf{p},\ d\mathsf{q},\ d\mathsf{r}}$.

Nous désignons par $d\mathsf{p}$, $d\mathsf{q}$, $d\mathsf{r}$ les rotations élémentaires autour des axes „orbitaux“ [1] $\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}$ (voir, pour la définition de ces axes, *Circ. de l'Obs de Crac.* Nr. 16) qu'il convient d'appliquer au trièdre des axes [2]).

On cherche les valeurs numériques des coefficients du tableau

	dq	dkT	de	$d\mathsf{p}$	$d\mathsf{q}$	$d\mathsf{r}$
$\cos\delta\, d\alpha$						
$d\delta$						

$$= \mathbf{C}\frac{\cos\delta\, d\alpha,\ d\delta}{dq,\ dkT,\ de,\ d\mathsf{p},\ d\mathsf{q},\ d\mathsf{r}} \tag{18}$$

Pour des raisons de symétrie on peut y adjoindre encore l'expression de la différentielle de la distance géocentrique $d\rho$.

Nous allons déterminer d'abord les accroissements $dx\ dy\ dz$ des coordonnées héliocentriques en fonction de $d\bar{x}\ d\bar{y}\ d\mathsf{p}\ d\mathsf{q}\ d\mathsf{r}$.

D'après la *Circ. de l'Obs. de Cracovie* Nr 16, on a pour une comète

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{Bmatrix} \tag{19}$$

[1]) C'est M. *Gadomski* qui a suggéré ce terme.

[2]) Les différentielles $d\mathsf{p}$ et $d\mathsf{q}$ ont la même signification que dans le Bahnbestimmung de M. *Bauschinger*, mais nous désignons par $d\mathsf{r}$, pour des raisons de symétrie, le $d\mathsf{s}$ de l'astronome allemand. Si l'on retient $d\mathsf{q}$ auprès de dq, sans craindre la confusion, on peut, pour la même raison, employer dans les mêmes formules $d\mathsf{r}$ et dr pour désigner deux différentielles différentes. D'ailleurs la différentielle dr du rayon vecteur ne figure pas dans nos formules.

En différentiant cette relation on trouve

$$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} d \begin{Bmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{Bmatrix} \tag{20}$$

Pour déterminer les différentielles des éléments vectoriels $P_x \ldots Q_z$, remarquons que les neuf cosinus $P_x \ldots R_z$ peuvent être considérés comme coordonnées rectangulaires, dans le système équatorial, des trois points P, Q, R, situés sur les axes orbitaux $x\ y\ z$ à une distance $+1$ de l'origine, $P_x\ P_y\ P_z$ étant les coordonnées de P etc. D'autre part, la relation (19) n'est qu'un cas particulier, pour $z = 0$, de la formule générale

$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}, \tag{21}$$

qui relie les coordonnées orbitales avec les coordonnées équatoriales. On obtiendra donc d'après la formule (21), appliquée successivement aux P, Q, R, les coordonnées cherchées $P_x + dP_x$, $P_y + dP_y$, $P_z + dP_z$ etc., si l'on y substitue, au lieu de $x\ y\ z$, les coordonnées, rapportées à la position initiale des axes orbitaux, de la position qu'occupe P etc. après les trois rotations des axes $d\mathbf{p}$, $d\mathbf{q}$, $d\mathbf{r}$.

Les coordonnées de P, Q, R dans la position définitive des axes orbitaux, rapportées à ces axes définitifs, formant un ensemble $\mathcal{T}$, ces coordonnées formeront dans le système orbital initial, d'après des raisonnements analogues à ceux qui conduisent à l'équation (17), un **C**-n

$$\mathcal{T} . \mathbf{r}(-d\mathbf{r}) . \mathbf{q}(-d\mathbf{q}) . \mathbf{p}(-d\mathbf{p}) = \mathbf{r}(d\mathbf{r}) . \mathbf{q}(-d\mathbf{q}) . \mathbf{p}(-d\mathbf{p}), \tag{22}$$

parce que la position initiale des axes orbitaux peut être obtenue de la position définitive par une inversion de l'ordre et de la direction des rotations.

En mettant (22) au lieu du premier **C**-n dans le second membre de (21) il vient

$$\underset{\text{(corrigés)}}{\begin{Bmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{Bmatrix}} = \mathbf{r}(d\mathbf{r})\ \mathbf{q}(-d\mathbf{q}) . \mathbf{p}(-d\mathbf{p}) . \underset{\text{(initiaux)}}{\begin{Bmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{Bmatrix}}, \tag{23}$$

ou bien, si l'on peut considérer $d\mathbf{p}\ d\mathbf{q}\ d\mathbf{r}$ commme différentielles

$$\underset{\text{(corrigés)}}{\begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}} = \underset{\text{(initiaux)}}{\begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}} \begin{vmatrix} 1 & -d\mathbf{r} & +d\mathbf{q} \\ +d\mathbf{r} & 1 & -d\mathbf{p} \\ -d\mathbf{q} & d\mathbf{p} & +1 \end{vmatrix} \tag{24}$$

c'est ce qu'on peut écrire aussi

$$d \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & -d\mathbf{r} & +d\mathbf{q} \\ +d\mathbf{r} & 0 & -d\mathbf{p} \\ -d\mathbf{q} & d\mathbf{p} & 0 \end{vmatrix}, \tag{24 bis}$$

d'où, en particulier

$$d \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & -d\mathbf{r} \\ +d\mathbf{r} & 0 \\ -d\mathbf{q} & +d\mathbf{p} \end{vmatrix}. \tag{25}$$

REMARQUE. Le lecteur qui serait peu familiarisé avec les raisonnements concernant les **C**-s, pourra vérifier facilement la relation fondamentale (24 bis), équivalente à neuf équations, à l'aide de considérations cinématiques. La différentielle dP_x, par exemple, provient d'un déplacement $+d\mathbf{r}$, parallèle à y, et d'un deplacement $-d\mathbf{q}$, parallèle à z. Il en suit $dP_x = d\mathbf{r} \cos(yx) - d\mathbf{q} \cos(zx) = d\mathbf{r} . Q_x - d\mathbf{q} . R_x$, c'est ce qui est conforme à la relation (24 bis).

Le second terme du second membre de la relation (20) peut donc s'écrire, en ayant égard à (13):

$$\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 + d\mathbf{r} & -d\mathbf{q} \\ -d\mathbf{r} & 0 & +d\mathbf{p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -y\,d\mathbf{r} \\ +x\,d\mathbf{r} \\ -x\,d\mathbf{q} + y\,d\mathbf{p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}$$

et la formule (20) devient

$$\begin{vmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} dx - y\,d\mathbf{r} \\ dy + x\,d\mathbf{r} \\ -x\,d\mathbf{q} + y\,d\mathbf{p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix} \tag{26}$$

Il y a lieu de s'occuper maintenant des différentielles des coordonnées polaires géocentriques en fonction de $dx\ dy\ dz$. Ces différentielles $d\rho$, $\rho \cos \delta\alpha$, $\rho d\delta$ peuvent être considérées comme les accroissements des coordonnées rectangulaires dans un système d'axes qu'on obtient par la rotation α du trièdre

xyz autour de l'axe z, suivie d'une rotation $-\delta$ autour de la position changée de l'axe y. Cela étant, on conclut immédiatement d'après les relations (16) deux fois appliquées

$$\begin{vmatrix} d\rho \\ \rho\cos\delta\, d\alpha \\ \rho d\delta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{vmatrix} . \mathfrak{r}(\alpha) . \mathfrak{q}(-\delta) ,$$

ou bien, en tenant compte de (26)

$$\begin{vmatrix} d\rho \\ \rho\cos\delta\, d\alpha \\ \rho d\delta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d\bar{x} - \bar{y}\, d\mathfrak{r} \\ d\bar{y} + \bar{x}\, d\mathfrak{r} \\ -\bar{x}\, d\mathfrak{q} + \bar{y}\, d\mathfrak{p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} , \tag{27}$$

où l'on a posé

$$\begin{vmatrix} a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = \mathfrak{q}(-\delta) . \mathfrak{r}(-\alpha) . \begin{vmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{vmatrix} \tag{28}$$

En omettant $d\rho$, en divisant par ρ et en posant

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -\sin\delta:\rho \\ 1:\rho & 0 \\ 0 & \cos\delta:\rho \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{vmatrix} \tag{29}$$

on obtient [1])

$$\begin{vmatrix} \cos\delta\, d\alpha \\ d\delta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d\bar{x} - \bar{y}\, d\mathfrak{r} \\ d\bar{y} + \bar{x}\, d\mathfrak{r} \\ -\bar{x}\, d\mathfrak{q} + \bar{y}\, d\mathfrak{p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{vmatrix} \tag{30}$$

La formule fondamentale (30), où les α_{ik} se déterminent d'après (29), s'applique à toutes les sections coniques. Ce ne sont que les expressions $d\bar{x}\ d\bar{y}$ en fonction des accroissements des éléments a, e, T qui dépendent du genre de l'orbite à corriger.

§ 5. Pour la parabole on obtient, en posant

$$\mathrm{C}\frac{d\bar{x}\ d\bar{y}}{dq,\, dk\mathrm{T},\, de} = \begin{Bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{Bmatrix}, \qquad m = \operatorname{tg}\frac{1}{2}v, \qquad \mathrm{M} = k\,(\mathrm{t}-\mathrm{T}) : \sqrt{2}\, q^{3/2} \tag{31}$$

les expressions suivantes de différents b-s

$$\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1:q & 0 \\ \frac{3}{2}\frac{\mathrm{M}}{r} & \frac{1}{r\sqrt{2q}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \bar{x} & \bar{y} \\ \bar{y} & -2q \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} b_{13} \\ b_{23} \end{vmatrix} = \frac{1}{4} q \frac{\bar{y}}{r} \begin{vmatrix} m^3 - 0{,}2\, m^5 \\ r:q + 1{,}2\, m^4 \end{vmatrix} \tag{32}$$

Si de est insensible, on posera $b_{13} = b_{23} = 0$.

Nous ne nous arrêterons pas à déduire les relations (32); elles peuvent être vérifiées facilement par la relation

$$\begin{Bmatrix} d\bar{x} \\ d\bar{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dr \\ rdv \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos v & \sin v \\ -\sin v & \cos v \end{Bmatrix}$$

en empruntant les expressions de dr et rdv en fonction de dq, dT, de aux traités d'astronomie théorique par ex. Klinkerfues-Buchholz, pg. 694 et 700, Watson, chapter II etc.

Ceci posé, on a définitivement

$$\mathrm{C}\frac{\cos\delta\, d\alpha,\, d\delta}{dq,\, dk\mathrm{T},\, de,\, d\mathfrak{p},\, d\mathfrak{q},\, d\mathfrak{r}} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 0 & 0 & -\bar{y} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 0 & +\bar{x} \\ 0 & 0 & 0 & +\bar{y} & -\bar{x} & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{vmatrix} \tag{33}$$

En somme, pour calculer les coefficients différentiels cherchés, on a à effectuer les opérations suivantes: on détermine les b_{ik} d'après (32), les α_{ik} d'après (29) et l'on fait la multiplication (33).

§ 6. Nous avons supposé les neuf constantes vectorielles $P_x \ldots R_z$ connues, parce qu'on les obtient au cours-même de la détermination arithmométrique d'une orbite (voir *Circ. de l'Obs. de Crac.* Nr. 16). Toutefois des cas peuvent se présenter, surtout tant que l'emploi des formules de nouveau genre ne sera pas général, dans lesquels on aura à calculer ces constantes d'apres Ω, i, ω, ε. La formule de nouveau genre pour ces quantités s'obtient immédiatement. En effet, les coordonnées de P, Q, R dans le

---

[1]) Pour une autre forme de l'équation (30) v. notre article *On a certain mathematical notion and its astronomical applications* (Bull. de l'Acad. Polon. de Cracovie, 1923), où l'on a rapporté les différentielles $d\bar{x}\ d\bar{y}\ d\bar{z}$ aux axes $x\ \bar{y}\ z$ en supposant ces axes fixes, et non mobiles, comme ci-dessus. La relation remarquable (24) fut découverte après l'apparition de cet article.

système orbital étant 1, 0, 0; 0, 1, 0; 0, 0, 1, c'est à dire $\mathcal{J}$, et les axes orbitaux pouvant être mis en coïncidence avec les axes équatoriaux $\bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z}$ par la rotation $-\tilde{\omega}$ autour de z, ensuite $-i$ autour de x, $-\Omega$ autour de $\bar{z}$, et finalement $-\varepsilon$ autour de $\bar{x}$, il s'en suit

$$\left\{\begin{matrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{matrix}\right\} = \mathcal{J}.\,\mathbf{r}(-\tilde{\omega})\,.\,\mathbf{p}(-i)\,.\,\mathbf{r}(-\Omega)\,.\,\mathbf{p}(-\varepsilon)\,,$$

ou

$$\left\{\begin{matrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{matrix}\right\} = \mathbf{r}(\tilde{\omega})\,.\,\mathbf{p}(-i)\,.\,\mathbf{r}(-\Omega)\,.\,\mathbf{p}(-\varepsilon) \tag{34}$$

Pour la vérification partielle on a la formule

$$\left\{\begin{matrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{matrix}\right\}^2 = \mathcal{J} \tag{35}$$

le symbole 2 servant à indiquer la multiplication du **C**-n par soi-même.

REMARQUE. Il sera peut-être instructif de comparer la relation (34) à la solution ordinaire arithmométrique du problème de la détermination de $P_x \ldots R_z$.

On trouve — non plus par un raisonnement pur, comme l'on a obtenu (34), mais par des calculs assez longs bien que faciles (voir pour les six cosinus $P_x \ldots Q_z$ le *Journ. of the Brit. Astronom. Association*, Vol. XXXII, p. 232):

$$\begin{aligned}
P_x &= \cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\cos i\sin\Omega \\
P_y &= (\sin\omega\cos i\cos\Omega + \cos\omega\sin\Omega)\cos\varepsilon - \sin\omega\sin i\sin\varepsilon \\
P_z &= \sin\omega\sin i\cos\varepsilon + (\sin\omega\cos i\cos\Omega + \cos\omega\sin\Omega)\sin\varepsilon \\
Q_x &= -(\sin\omega\cos\Omega + \cos\omega\cos i\sin\Omega) \\
Q_y &= (\cos\omega\cos i\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega)\cos\varepsilon - \cos\omega\sin i\sin\varepsilon \\
Q_z &= \cos\omega\sin i\cos\varepsilon + (\cos\omega\cos i\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega)\sin\varepsilon \\
R_x &= \sin i\sin\Omega \\
R_y &= -\sin i\cos\Omega\cos\varepsilon - \cos i\sin\varepsilon \\
R_z &= -\sin i\cos\Omega\sin\varepsilon + \cos i\cos\varepsilon
\end{aligned} \tag{36}$$

Dans la formule de nouveau genre (34), déjà après l'introduction des expressions explicites de $\mathbf{p}$ et $\mathbf{r}$, il y a 55 symboles significatifs; dans les formules anciennes (36) il y en a 154. Le rapport 154 : 55 = 2.8.

Les équations de vérification, sous forme ancienne, seront

$$\begin{matrix}
P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = 1 & \quad P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z = 0 \\
Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2 = 1 & \quad P_x R_x + P_y R_y + P_z R_z = 0 \\
R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 = 1 & \quad Q_x R_x + Q_y R_y + Q_z R_z = 0\,,
\end{matrix} \tag{37}$$

contenant 60 symboles, contre 13 symboles de la relation équivalente (35), ou bien 22 symboles de la même relation, si l'on y écrit explicitement $\mathcal{J}$.

§ 7. On sait[1]) que Safford, Tietjen et d'autres savants ont réussi à simplifier les équations de condition par l'introduction de coordonnées polaires géocentriques rapportées à l'orbite (la „zweite Methode" du Traité de M. Bauschinger). Peut-on obtenir les mêmes avantages en se servant de formules de nouveau genre?

Pour répondre à cette question on n'a qu'à multiplier les deux membres de l'équation (30) par $\left\{\begin{matrix} \alpha_{32}:s & \alpha_{31}:s \\ -\alpha_{31}:s & \alpha_{32}:s \end{matrix}\right\}$, où l'on a posé $s = \sqrt{\alpha^2_{31} + \alpha^2_{32}}$.

On posera

$$\left\{\begin{matrix} \cos\chi\, d\psi \\ d\chi \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \cos\delta\, d\alpha \\ d\delta \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} \alpha_{32}:s & \alpha_{31}:s \\ -\alpha_{31}:s & \alpha_{32}:s \end{matrix}\right\} \tag{38}$$

$$\left\{\begin{matrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \\ 0 & s \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \alpha_{32}:s & \alpha_{31}:s \\ -\alpha_{31}:s & \alpha_{32}:s \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \end{matrix}\right\} \tag{39}$$

et la relation (33) devient

$$\mathsf{C}\frac{\cos\chi\, d\psi,\ d\chi}{dq\ dk\mathrm{T}\ de\ d\mathfrak{p}\ d\mathfrak{q}\ d\mathfrak{r}} = \left\{\begin{matrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 0 & 0 & -\bar{y} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 0 & +\bar{x} \\ 0 & 0 & 0 & +\bar{y} & -\bar{x} & 0 \end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \\ 0 & s \end{matrix}\right\}. \tag{40}$$

On aura donc à calculer, comme auparavant, les b_{ik} d'après les relations (32), les α_{ik} par la relation (29), après quoi les relations (38) et (39) donneront $\cos\chi\, d\psi$, $d\chi$ et β_{ik} et l'équation (40) fournira les dérivées cherchées. L'équation en $\cos\chi\, d\psi$ ne contiendra que 4 inconnues dq, $dk\mathrm{T}$, de, $d\mathfrak{r}$, et les coefficients de ces inconnues dans l'expression de $d\chi$ seront de l'ordre de grandeur de $\sin\chi$, c'est à dire

[1]) Voir Radau, Réflexions sur les méthodes de correction des orbites, *Bull. Astron.*, 1904.

petits pour les orbites peu inclinées à l'écliptique. De cette façon on obtient les mêmes résultats que ceux que donne la méthode Safford-Tietjen, mais on évite le calcul des coordonnées χ et ψ et de l'angle parallactique Ψ, et les équations ont la même forme que dans la méthode usuelle.

§ 9. Après la détermination de $d\mathfrak{p}$ $d\mathfrak{q}$ $d\mathfrak{r}$ on aura les éléments vectoriels corrigés par la relation (24). Ces éléments vectoriels jouant aussi le rôle des constantes de Gauss, le calcul, d'après la formule (19), de l'éphéméride corrigée, est ainsi grandement simplifié en comparaison avec les méthodes jusqu'à présent en usage. Il y a lieu de remarquer que dans la formule (24) les éléments vectoriels peuvent être rapportés aussi bien à l'équateur qu'à l'écliptique.

Si l'on désire calculer les éléments traditionnels Ω, i, $\tilde{\omega}$ corrigés, on peut le faire de deux manières différentes. Ou bien on les obtiendra d'après les éléments vectoriels nouveaux, en les tirant des formules

$$R_x = \sin i \sin \Omega, \quad R_y = -\sin i \cos \Omega, \quad R_z = \cos i, \qquad (41)$$
$$P_z = \sin i \sin \tilde{\omega}, \quad Q_z = \sin i \cos \tilde{\omega},$$

ou bien on emploiera les équations bien connues

$$\begin{Bmatrix} di \\ \sin i \, d\Omega \\ \operatorname{tg} i \; d\tilde{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d\mathfrak{p} \\ d\mathfrak{q} \\ d\mathfrak{r} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos\tilde{\omega} & \sin\tilde{\omega} & -\sin\tilde{\omega} \\ -\sin\tilde{\omega} & \cos\tilde{\omega} & -\cos\tilde{\omega} \\ 0 & 0 & \operatorname{tg} i \end{Bmatrix}. \qquad (42)$$

Les relations (24) et (42) supposent $d\mathfrak{p}$ $d\mathfrak{q}$ $d\mathfrak{r}$ infinitésimaux. Toutefois la seconde méthode (42) est moins générale, parce qu'elle demande que $d\Omega$ et $d\tilde{\omega}$ soient aussi infinitésimaux.

Si l'on ne pouvait pas négliger les carrés et les produits des $d\mathfrak{p}$ $d\mathfrak{q}$ $d\mathfrak{r}$, leurs valeurs, déterminées d'après les équations de condition, ne seraient pas elles-mêmes définitives. On prendrait alors pour point de départ des calculs nouveaux les éléments vectoriels d'après la formule (23) qui donne les cosinus satisfaisant aux conditions géométriques (35).

Les avantages de la nouvelle solution.

Nous allons résumer ici brièvement les avantages de l'application des formules de nouveau genre au problème qui nous occupe.

1) Les relations (32), (29), (33) constituant l'ensemble des formules dont on a besoin, sont bien plus simples et plus claires que les équations ordinaires. Le nombre des symboles mathématiques figurant dans la nouvelle solution est 140 contre 376 symboles de la solution du Traité de M. Bauschinger. Rapport 376 : 140 = 2.7, en faveur de la nouvelle solution.

Ces chiffres ne sont d'ailleurs qu'approximatifs, vu une certaine indétermination de ce qu'on doit considérer comme *un* symbole. Les détails de notre compte sont: relation (29) 42 symb., (32) 54 symb., (33) 44 symb., total 140 symboles. Nous n'avons pas compté les zéros, mais d'autre part nous comptons les α_{ik}, qu'on pourrait omettre tous. Dans le *Bahnbestimmung der Himmelskörper* de M. Bauschinger les $\mathfrak{b}$ $\mathfrak{B}$ $\mathfrak{c}$ $\mathfrak{C}$ (pg. 455) contiennent 86 symboles, j J h_1 H (pg. 460) 66 symboles, $\cos\delta\, d\alpha$ 113 symb., $d\delta$ 111 symboles (pg. 460), total 376 symboles.

2) Le calcul d'après les formules nouvelles ne demande d'attention que dans la détermination des valeurs numériques des termes des cracoviens; ces termes sont d'ailleurs en général bien simples. Une fois ces termes écrits, le reste du calcul est complètement uniforme et mécanique, et ne demande que 20 minutes pour la détermination avec 4 chiffres des 12 coefficients cherchés pour une position complète, en supposant un calculateur non entraîné et un arithmomètre non électrique. On évite complétement les angles auxiliaires. En somme, l'effort mental est minime et le temps nécessaire bien réduit.

3) On passe de la solution en coordonnées habituelles à la solution d'après Safford-Tietjen par une simple multiplication par un cracovien.

4) On n'a pas à déterminer les constantes de Gauss qui disparaissent entièrement des calculs; une fois qu'on a corrigé l'orbite, on dispose des constantes nécessaires pour le calcul d'une nouvelle éphéméride.

5) Les formules sont arithmométriques.

Quant aux éléments vectoriels figurant dans la solution, rappelons qu'on les obtient déjà au cours d'une détermination rationnelle de l'orbite approchée et que 6 éléments interviennent dans le calcul arithmométrique d'une éphéméride. Ces éléments sont des simples fonctions des constantes de Gauss

Cracovie, 1925 Mai 13. *Th. Banachiewicz.*

II. Calculs.

Par J. Witkowski et K. Kordylewski

Nous avons pris pour point de départ de nos calculs la moyenne arithmétique des deux systèmes d'éléments de la Comète Orkisz (1925 C) de Möller et Johannsen (*Circ. No 66 de l'Observotoire de Copenhague)* et de G. Merton *(Circ. No 5 of British Astr. Assoc.)*

$$T = 1925 \text{ Avril } 1.4774 \qquad q = 1.109541 \qquad \begin{Bmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +0{\cdot}532148 & -0{\cdot}532847 & -0{\cdot}657943 \\ -0{\cdot}796185 & -0{\cdot}050665 & -0{\cdot}602924 \\ +0{\cdot}287930 & +0{\cdot}844692 & -0{\cdot}451206 \end{Bmatrix} \quad 1925.0$$

Le calcul est basé sur les observations de la Comète depuis 1925 Avril 5 jusqu'au Mai 27, publiées dans les *A. N.* **224** 12, 15 et 16, *Circ. d. Bur. Centr. Astron. à Copenhague* No. 63, 65, 66, *Beob. Zirk.* 16, 17, 18, 19, *Harv. Bull.* 817, *Nature* 2898, ainsi que sur les observations, pas encore publiées, faites aux observatoires de Cracovie (23 obs.), de Varsovie (6 obs.) et de Poznan (6 obs.).

Après l'omission de 6 observations évidemment erronées, on a pu utiliser pour le calcul 80 observations, qui dûment réduites pour la parallaxe etc. ont été comparées avec une éphéméride calculée avec 5 decimales.

Les équations de condition ont été calculées d'après les formules ingénieuses, exposées dans la I. partie de cette Circulaire. Voici un exemple de ce calcul pour 1925 Avril 7·0

$$\alpha = 22^h 28^m 37^s \quad \delta = +18^\circ 36'.0 \quad \rho = 1.6942 \quad M = 0.05748 \quad m = +0.0574 \quad r = 1.1132$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & -1883 \\ +5903 & 0 \\ 0 & +5595 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} +9215 & -3883 & 0 \\ +3883 & +9215 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} +5321 & -5328 & -6579 \\ -7962 & -507 & -6029 \\ +2879 & +8447 & -4512 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3111 & +106 \\ -1497 & +5613 \\ -6284 & -1324 \end{Bmatrix} \qquad (29)$$

$$\begin{Bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +9013 & 0 \\ +773 & +6030 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} +11059 & +1274 \\ +1274 & -22191 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +10066 & +768 \\ -567 & -13381 \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} b_{13} \\ b_{23} \end{Bmatrix} = 317 \begin{Bmatrix} 0002 \\ 10033 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 318 \end{Bmatrix} \qquad (32)$$

$$\begin{Bmatrix} +10066 & +768 & 0 & 0 & 0 & -1274 \\ -567 & -13381 & +318 & 0 & 0 & +11059 \\ 0 & 0 & 0 & +1274 & -11059 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -3111 & +106 \\ -1497 & +5613 \\ -6284 & -1824 \end{Bmatrix} = \begin{matrix} dq & dkT & de & d\mathfrak{p} & d\mathfrak{q} & d\mathfrak{r} \\ \{-3026 & +1764 & -48 & -610 & +5294 & -1259\} \\ \{-212 & -7503 & +178 & -232 & +2017 & +6194\} \end{matrix} \qquad (33)$$

Les suivantes équations de condition ont été obtenues de cette manière.

équations en α

$$\begin{Bmatrix} dq \\ dkT \\ de \\ d\mathfrak{p} \\ d\mathfrak{q} \\ d\mathfrak{r} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -303 & -313 & -331 & -382 & -398 & -452 & -568 & -757 \\ +176 & +166 & +142 & +85 & +68 & +12 & -105 & -295 \\ -5 & -6 & -10 & -16 & -18 & -21 & -23 & -10 \\ -61 & -84 & -131 & -226 & -249 & -314 & -390 & -355 \\ +529 & +534 & +540 & +540 & +537 & +518 & +450 & +294 \\ -126 & -109 & -72 & +18 & +44 & +131 & +310 & +585 \end{Bmatrix} = $$

O — C	v	Date		n
− 3″.5	−1″.7	Avr.	7.0	18
− 1.9	−1.2		9.0	13
+ 0.5	+0.7		13.0	10
+10.0	+1.4		21.0	11
+14.0	+0.2		23.0	10
+21.9	+1.3		29.0	9
+39.6	−0.7	Mai.	9.0	7
+54.2	+0.4		20.0	4

équations en δ

$$\begin{Bmatrix} dq \\ dkT \\ de \\ d\mathfrak{p} \\ d\mathfrak{q} \\ d\mathfrak{r} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -21 & -52 & -116 & -255 & -291 & -393 & -511 & -400 \\ -750 & -766 & -798 & -847 & -856 & -866 & -821 & -613 \\ +18 & +25 & +40 & +70 & +78 & +98 & +123 & +129 \\ -23 & -30 & -39 & -35 & -28 & +10 & +140 & +426 \\ +202 & +190 & +162 & +85 & +61 & -17 & -162 & -338 \\ +619 & +634 & +665 & +729 & +744 & +782 & +796 & +603 \end{Bmatrix} = $$

O — C	v	Date		n
− 3.4	−0.5	Avr.	7.0	13
− 0.6	−0.6		9.0	13
+ 4.0	+0.2		13.0	10
+16.0	−1.2		21.0	11
+13.0	+4.2		23.0	9
+22.7	+0.7		29.0	9
+32.7	−6.1	Mai	9.0	7
+ 3.4	+3.5		21.5	5

En résolvant ces équations d'après la méthode des moindres carrés et leurs assignant un poids égal, on trouve d'abord $de = +0.00048 \pm 0.00092$. En posant donc $de = 0$ on a pour les autres quantités:

$$dq = -{\cdot}000243 \; ; \quad dT = +^d{\cdot}000802 \; ; \quad d\mathfrak{p} = -{\cdot}000361 \; ; \quad d\mathfrak{q} = -{\cdot}000224 \; ; \quad d\mathfrak{r} = +{\cdot}000038$$

Les corrections des elements vectoriels ont été calculées à l'aide de la formule differentielle:

$$\begin{Bmatrix} +0.532148 & -0.796185 & +0.287930 \\ -0.532847 & -0.050665 & +0.844692 \\ -0.657943 & -0.602924 & -0.451206 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1000000 & -000038 & -000224 \\ +000038 & 1000000 & +000361 \\ +000224 & -000361 & 1000000 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +0.531980 & -0.796322 & +0.287861 \\ -0.532630 & -0.050417 & +0.844844 \\ -0.658255 & -0.602764 & -0.450966 \end{Bmatrix} \qquad (24)$$

Nous trouvons pour les éléments corrigés:

$$T = 1925 \text{ Avril } 1.47820 \qquad q = 1.10930 \qquad \begin{Bmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +0.53198 & -0.53263 & -0.65826 \\ -0.79632 & -0.05042 & -0.60276 \\ +0.28786 & +0.84484 & -0.45097 \end{Bmatrix} \quad 1925.0$$

Un calcul de contrôle effectué pour Avril 7, 23 et Mai 9 prouve que les residus provenant des éléments corrigés ne different des résidus des équations de condition que dans les limites des erreurs du calcul à cinq décimales. La valeur moyenne absolue de la difference des residus en question est 1″.

Les éléments corrigés ont servi à calculer l'éphéméride suivante:

1925		α_{app}	δ_{app}	r	ρ
Juin	4.0	6h 15m 54s	+81° 38′.2	1.4982	1.7213
Juillet	6.0	10 10 15	+60 57 .3	1.8451	2.3139
Août	7.0	10 54 24	+47 48 .9	2.2123	2.9167
Septembre	8.0	11 23 55	+40 10 .6	2.5806	3.3471

Contenu du Nr. 17: L'orbite corrigée de la Comète Orkisz (1925 C). Formules de nouveau genre appliquées à la correction d'une orbite parabolique. I. Théorie (par *Th. Banachiewicz*). II. Calculs (par *J. Witkowski* et *K. Kordylewski*).

Drukowano na zlecenie Obserwatorjum Krakowskiego.

Dyrektor: *Tad. Banachiewicz.*